



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

UTILIZAÇÃO DE BOBINAS PARA O CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

**RELATÓRIO FINAL DE PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA
(PIBIC/CNPq/INPE)**

**HELOÍSA PINHEIRO DE FREITAS (ETEP FACULDADES, Bolsista
PIBIC/CNPq)
E-mail: heloisafreitas@yahoo.com.br**

**Dr. Ijar M. da Fonseca (DMC/INPE, Orientador)
E-mail: ijar@dem.inpe.br**

Julho de 2007

SUMÁRIO

	Pg.
LISTA DE FIGURAS	3
LISTA DE TABELAS	3
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	4
1.1. Histórico	4
CAPÍTULO 2 – DINÂMICA DE ATITUDE	6
2.1. Conceito de Atitude	6
2.2. Ângulos de Euler	6
2.3. Movimento Relativo	9
2.3.1. Equação Geral	10
2.3.2. Movimento da Superfície da Terra	14
2.4. Dinâmica de Atitude e Equações de Euler	16
2.4.1. Quantidade de Movimento Angular (Angular Momentum) de um corpo rígido	16
2.4.2. Equações de Momento de Euler	19
CAPÍTULO 3 – ELETROMAGNETISMO: CONCEITOS FUNDAMENTAIS	21
3.1. A Lei de Coulomb	21
3.2. Carga Elementar	22
3.3. Campo Elétrico	22
3.4. Determinação do Campo Elétrico	24
3.5. Exemplos de Linha de Força	25
3.6. Campo Uniforme	26
3.7. Linhas de Força para duas cargas	27
3.8. Intensidade de Campo Elétrico	27
3.9. Densidade de Fluxo Elétrico	28
3.10. Energia e potencial de uma carga pontual em movimento num Campo Elétrico	29
3.11. Diferencial de Potencial	30
3.12. Interação magnética e Campo magnético	31
3.13. Campo magnético produzido por uma corrente elétrica	34
3.14. Campo magnético terrestre	36
CAPÍTULO 4 – BOBINAS MAGNÉTICAS	38
4.1. Bobinas dos Satélites de Coleta de Dados (SCD -1 e SCD – 2)	38
4.2. Bobinas com núcleo de ar	39
4.3. Cálculo de bobinas com núcleo de ar	39
CAPÍTULO 5 – TORQUES MAGNÉTICOS	44
5.1. Histórico	44
5.2. Torque gerado por uma bobina	45
5.3. Cálculo do torque da bobina	45
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

LISTA DE FIGURAS

	Pg.
Figura 1 – Representação dos Ângulos de Euler	6
Figura 2 – Taxas de variação no tempo dos Ângulos de Euler	8
Figura 3 – Movimento Relativo Geral	10
Figura 4 – Efeito de Rotação nas Derivadas	12
Figura 5 – Movimento sobre uma estação na Terra	14
Figura 6 – Corpo Rígido e Sistemas de Eixos inercial ($OXYZ$ e girante, $Oxyz$).	16
Figura 7 – Força entre duas cargas pontuais	22
Figura 8 – Intensidade do campo elétrico	24
Figura 9 – Linhas de força de uma carga puntiforme negativa	25
Figura 10 – Campo de força uniforme	26
Figura 11 – Linhas de força para duas cargas	27
Figura 12 – A diferença de potencial elétrico entre dois pontos A e B situados em um campo elétrico uniforme	31
Figura 13 – Fluxo magnético	32
Figura 14 – Indução magnética	33
Figura 15 – Campo magnético produzido por uma corrente elétrica em condutor retilíneo de seção circular uniforme	35
Figura 16 – Campo magnético produzido por uma corrente elétrica em condutor não uniforme	35
Figura 17 – Campo magnético da Terra	36
Figura 18 – As limalhas de ferro indicam o campo magnético B do solenóide, Quando atravessado por uma corrente i	38
Figura 19 – Esquema de conceito de Stabilité	44

LISTA DE TABELAS

	Pg.
Tabela 1 - Diâmetros, pesos e correntes nominais de fios	32

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

A proposta deste trabalho é o estudo de bobinas magnéticas para o controle de atitude de satélites artificiais, fundamental para a realização dos objetivos de certas missões espaciais. O sistema de controle de atitude (SCA) deve satisfazer os requisitos de apontamento impostos pelas missões. O projeto de um SCA pode requerer, dentre outras coisas, atuadores e sensores. Os sensores são utilizados para fornecer informações de posição e velocidade do satélite para o controle do mesmo. Os atuadores atuam no satélite para fazer manobras e/ou fazer pequenas correções em sua órbita e/ou atitude, visando manter a atitude/órbita do satélite de acordo com as especificações nominais. Os atuadores podem ser jatos de gás, rodas de reação, bobinas magnéticas (bobinas de torque), dentre outros. O foco deste trabalho é controle de atitude. Um satélite quando em órbita, sofre perturbações em atitude, provenientes do ambiente em que se encontra, fazendo com que sua atitude seja desviada da atitude nominal. Para corrigir esse desvio pode-se utilizar como atuador bobinas magnéticas. Satélites artificiais como os satélites de coleta de dados (SCD-1 e SCD-2), serão objetos de estudo de caso neste trabalho. Os referidos satélites usam bobinas magnéticas para reorientação dos seus eixos de spin. O princípio fundamental para o uso de bobinas para controle de atitude é a interação do momento magnético das bobinas com o campo magnético da Terra para produzir torque. Essa interação, dependendo do projeto da bobina, gera torques suficientes para a reorientação do satélite em sua órbita. Esse trabalho discute, além da estabilização de satélites via controle geomagnético, os conceitos fundamentais e os modelos matemáticos do movimento de atitude de satélites artificiais, dados pelas Equações da dinâmica (Equações de Euler) e pelas equações da cinemática associada ao movimento rotacional do corpo rígido.

1.1. Histórico

A idéia de se utilizar bobinas magnéticas para o controle de atitude de satélites artificiais surgiu nos primórdios da era espacial. Os primeiros satélites não dispunham de controle ativo, portanto não faziam uso de sensores e atuadores para controle de atitude. Entretanto,

tão logo os satélites evoluíram para o uso de controle ativo, as bobinas passaram a constar na lista de atuadores para o controle de atitude. O primeiro satélite que inaugurou a era espacial foi o Sputnik, da antiga União Soviética, lançado em 1957. Não possuía controle ativo de atitude. Em 1958, os Estados Unidos da América lançaram o Explorer 1, que por sua vez, também não tinha controle ativo de atitude. Já em 1960, Harold Perkel concebeu um sistema de controle de atitude de satélites em três eixos que incluía uma roda de quantidade de movimento (momentum wheel) e três bobinas de torque. Perkel propôs o uso da interação das bobinas magnéticas com o campo magnético terrestre para a geração dos torques necessários para o controle de atitude dos eixos de guinada e rolamento. Desde então, vários outros satélites utilizaram esse princípio para o controle de atitude. Em particular, os satélites de coleta de dados do Brasil, o SCD-1 e o SCD-2, utilizam bobinas como atuadores em seu sistema de controle de atitude (embora o SCD-1 seja controlado passivamente por rotação, seu sistema de controle contém uma bobina que é utilizada para manobrar o satélite e evitar que uma das faces do mesmo seja iluminada pelo Sol). As bobinas do satélite de coleta de dados SCD-2, são comandadas por uma eletrônica de bordo para selecionar o chaveamento correto da bobina de forma a aumentar ou reduzir a velocidade angular do satélite. Embora as missões de satélites científicos SACI-1 e SACI-2 tenham falhado os sistemas de controle dos referidos satélites contemplavam o uso de bobinas magnéticas para fins de manobras de grandes ângulos e para controle de atitude. Uma falha de ignição no veículo lançador de satélites do Brasil (VLS) levou a sua destruição e com ele, o SACI-2. O SACI-1, embora injetado corretamente em órbita pelo veículo lançador de satélites chinês, Longa Marcha 4B, perdeu-se devido a uma falha no seu sistema de comunicação. O SACI-1 foi lançado como carga secundária no lançamento do satélite sino-brasileiro, CBERS-1.

CAPÍTULO 2 – DINÂMICA DE ATITUDE

2.1. Conceito de Atitude

A atitude de um satélite se refere a sua orientação no espaço medida em relação a um sistema de eixos conhecido, como por exemplo, um sistema de eixos definido na órbita do veículo (Sistema Orbital) ou ainda um sistema de eixos definido no centro da Terra. Para descrevermos o movimento de atitude de um satélite estabilizado em três eixos, utilizamos os Ângulos de Euler, descritos por três rotações aplicadas nos eixos de roll (x), pitch (y) e yaw (z).

2.2. Ângulos de Euler

A orientação de um corpo pode ser descrita por três ângulos que denominamos ângulos de Euler. Sejam dois sistemas de eixos em duas configurações diferentes, X, Y, Z e x, y, z , como ilustrados na figura 1 (configurações 1 e 3). Uma seqüência de três rotações é aplicada, para se passar da configuração descrita em 1 (inicial, X, Y, Z), para a final descrita em 3 (x, y, z). Essa seqüência de rotações é listada abaixo como:

- 1 – Rotação em torno do eixo Z de um ângulo ψ que leva ao sistema ξ', η', ζ' .
- 2 – Rotação em torno do eixo ξ' de um ângulo θ que leva ao sistema ξ, η, ζ .
- 3 – Rotação em torno do eixo ζ de um ângulo φ que leva ao sistema x, y, z .

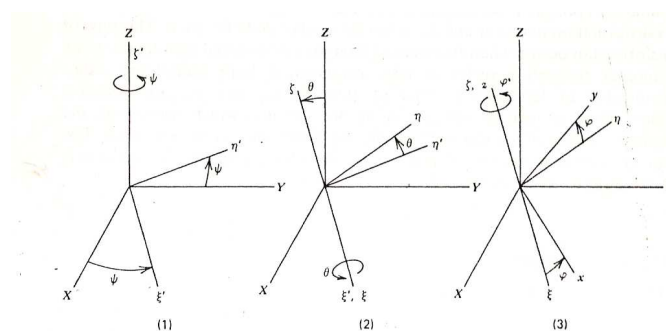


Figura1-Representação dos ângulos de Euler.

Fonte: Adaptada Kaplan (1976, p. 11)

Cada rotação é caracterizada como uma transformação ortogonal:

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \text{sen}\psi & 0 \\ -\text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \delta \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.1a)$$

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \text{sen}\theta \\ 0 & -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \gamma \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} \quad (2.1b)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \text{sen}\varphi & 0 \\ -\text{sen}\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (2.1c)$$

O eixo ξ , que é conhecido como a linha dos nodos e representa a intersecção do plano X - Y com o planos x - y . Agora é possível fazer a transformação direta de X, Y, Z para x, y, z combinando essa seqüência de rotações, que é,

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \beta \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \beta\gamma \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \beta\gamma\delta \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Note que $\beta\gamma\delta$ deve permanecer nessa ordem, porque rotações finitas não podem ser representadas como vetores verdadeiros e não são comutativas. Isso corresponde a seqüência de rotação ψ, θ , e φ , que devem ser tomados também naquela seqüência.

$$\alpha = \beta\gamma\delta \text{ ou}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} (\cos\varphi\cos\psi - \text{sen}\varphi\cos\theta\text{sen}\psi) & (\cos\varphi\text{sen}\psi + \text{sen}\varphi\cos\theta\cos\psi) & (\text{sen}\varphi\text{sen}\theta) \\ (-\text{sen}\varphi\cos\psi - \cos\varphi\cos\theta\text{sen}\psi) & (-\text{sen}\varphi\text{sen}\psi + \cos\varphi\cos\theta\cos\psi) & (\cos\varphi\text{sen}\theta) \\ (\text{sen}\theta\text{sen}\psi) & (-\text{sen}\theta\cos\psi) & (\cos\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Desta forma, α transforma as componentes de um vetor expresso no eixo X, Y, Z para componentes expressas no eixo x, y, z :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{a} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Se as componentes x, y, z são conhecidas as componentes X, Y, Z são determinadas usando a matriz transposta de \mathbf{a} :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{a}^T \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

As taxas de variação no tempo dos ângulos de Euler são dadas pelo conjunto $\dot{\psi}, \dot{\theta}$ e $\dot{\phi}$. O vetor velocidade angular do satélite, $\boldsymbol{\omega}$, pode ser escrito em termos de suas componentes nos sistemas de eixos x, y, z , geralmente definido como fixo no corpo da espaçonave, como:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Essas componentes podem ser expressas em função das derivadas temporais dos ângulos de Euler. Seja a figura 2,

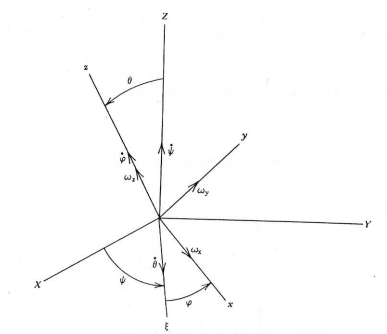


Figura 2 – Taxa de variação no tempo dos Ângulos de Euler
 Fonte: Adaptada **Kaplan** (1976 p. 13)

As componentes da velocidade angular podem ser descritas em termos dos ângulos de Euler e sua taxa de variação no tempo, na forma:

$$\omega_x = \dot{\theta} \cos \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi \quad (2.5a)$$

$$\omega_y = -\dot{\theta} \sin \varphi + \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi \quad (2.5b)$$

$$\omega_z = \dot{\phi} + \dot{\psi} \cos \theta \quad (2.5c)$$

ou na forma matricial. Estas equações são conhecidas como equações cinemáticas.

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \sin \theta \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \cos \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Invertendo a Eq. (2.6) obtêm-se as equações do movimento de atitude do satélite como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sin \theta} \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ \cos \varphi \sin \theta & -\sin \varphi \sin \theta & 0 \\ -\sin \varphi \cos \theta & -\cos \varphi \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Então $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\phi}$ não estão ao longo das coordenadas ortogonais, a transformação não é ortogonal. Deste modo a expressão (2.7) não é obtida da expressão (2.6) simplesmente pela transposição da matriz dos co-senos diretores, mas sim, pela sua inversão. (Kaplan, 1976).

2.3. Movimento Relativo

Diz-se que um objeto está em movimento relativo a outro quando sua posição, variando no tempo, é medida com relação ao outro corpo. Quando sua posição relativa não varia com o

tempo, o objeto está em repouso relativo. Repouso e movimento são conceitos relativos, isto é, dependem da escolha do corpo que serve como referência. (Alonso e Finn, 1972).

2.3.1. Equação Geral

O movimento de um ponto em relação a um sistema de eixos inercial é um movimento absoluto. Quando referido em um sistema de eixos não inercial ele é um movimento relativo. Existem muitas situações nas quais é muito mais conveniente expressar o movimento de um veículo em termos de um sistema em movimento. Por exemplo, considere observações de satélites feitas a partir de uma superfície na Terra. Nesse caso tem-se que o satélite se move em relação a Terra. Como a Terra está em movimento, tem-se uma configuração de movimento relativo e não absoluto. O movimento absoluto é percebido a partir de um sistema de referencia inercial. Considere a situação geral da figura 3, em que o movimento do ponto p é descrito com relação às estruturas X, Y, Z , inercial.

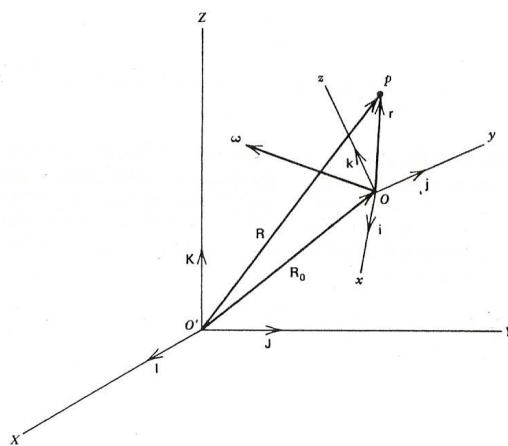


Figura 3 – Movimento Relativo Geral

Fonte: Adaptada **Kaplan** (1976, p. 15)

Considere a velocidade absoluta de p , cuja posição pode ser dada em relação a origem O' ou O , origem do sistema de eixos girante (não inercial)

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}_0 + \dot{\mathbf{r}} \quad (2.8)$$

onde as derivadas de tempo são tomadas com relação ao sistema de eixos inercial. Deste modo,

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{R}} &= \dot{X}\mathbf{i} + \dot{Y}\mathbf{j} + \dot{Z}\mathbf{k} \\ \dot{\mathbf{R}}_o &= \dot{X}_o \mathbf{I} + \dot{Y}_o \mathbf{J} + \dot{Z}_o \mathbf{K} \\ \dot{\mathbf{r}} &= \frac{d}{dt}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})\end{aligned}$$

\mathbf{R} e \mathbf{R}_o estão escritos no sistema de eixos inercial cujos versores são, respectivamente, \mathbf{I} , \mathbf{J} e \mathbf{K} . O vetor posição \mathbf{r} está escrito no sistema de eixos girante, cujos versores são \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} . A derivada temporal de \mathbf{r} , descrito no sistema girante é (note a derivada temporal dos versores, uma representação matemática da rotação do sistema de eixos x, y, z)

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k} + x\dot{\mathbf{i}} + y\dot{\mathbf{j}} + z\dot{\mathbf{k}} \quad (2.9)$$

A derivada temporal de \mathbf{i} só pode implicar em rotação uma vez que a magnitude do versor é constante e igual à unidade. O vetor resultante da derivada de \mathbf{i} é normal a ambos $\boldsymbol{\omega}$ e \mathbf{i} . Matematicamente:

$$\dot{\mathbf{i}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{i}$$

Analogamente

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{j}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{j} \\ \dot{\mathbf{k}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{k}\end{aligned}$$

A expressão (2.9) torna-se agora,

$$\dot{\mathbf{r}} = \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.10)$$

onde o \mathbf{b} subscrito é usado para denotar a diferenciação no sistema de eixos móvel, x, y, z . Deste modo, o primeiro termo à direita é a velocidade de p com referência ao ponto O . A expressão geral para a velocidade absoluta do ponto p referente ao movimento do eixo agora é obtida combinando as expressões (2.8) e (2.10),

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}_o + \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad (2.11)$$

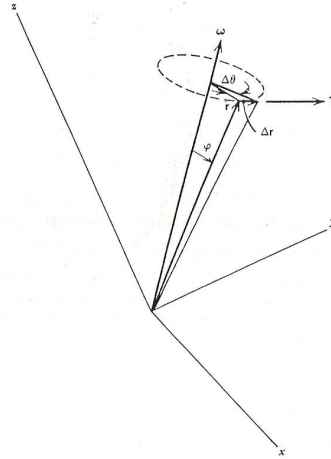


Figura 4 – Efeitos de Rotação nas derivadas

Fonte: Adaptada **Kaplan** (1976, p. 16)

A expressão (2.10) pode alternativamente ser obtida assumindo uma magnitude constante para \mathbf{r} e considerando somente a rotação do sistema de eixos x, y, z , como é mostrado na figura 4. A definição de $\dot{\mathbf{r}}$ é:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r}) - \mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}$$

Aqui $\Delta\mathbf{r} = \Delta\theta (r \sin\phi) \mathbf{1}$ com $\mathbf{1}$ paralelo a $\Delta\mathbf{r}$. Note que:

$$\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = (r \sin\phi) \mathbf{1} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

visto que a magnitude de \mathbf{r} é constante aqui. $\mathbf{1}$ é um vetor unitário. Essa expressão pode ser levada para o limite,

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (r \sin\phi) \mathbf{1} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \boldsymbol{\omega} (r \sin\phi) \mathbf{1}$$

que é também, para a magnitude de \mathbf{r} constante.

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

Para a magnitude de \mathbf{r} variando no tempo pode-se adicionar o termo $\left[\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right]_b$ onde a magnitude de \mathbf{r} não é constante.

Para determinar a aceleração absoluta do ponto p referente a x, y, z , basta diferenciar a expressão (2.8). Considere primeiro a expressão:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt} \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]_b + \frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.12)$$

da qual as operações são melhores executadas individualmente. Desenvolvendo o primeiro termo à direita,

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]_b = \frac{d}{dt} (\dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k}) = \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k} + \boldsymbol{\omega} \times \left[\frac{d\mathbf{r}}{dt} \right]_b$$

Pode-se então definir

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_b &= \dot{x}\mathbf{i} + \dot{y}\mathbf{j} + \dot{z}\mathbf{k} \\ \ddot{\mathbf{r}}_b &= \ddot{x}\mathbf{i} + \ddot{y}\mathbf{j} + \ddot{z}\mathbf{k} \end{aligned}$$

O segundo termo da expressão (2.12) torna-se

$$\frac{d}{dt} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}} = \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_b + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

Combinando essas expressões chegamos em

$$\ddot{\mathbf{R}} = \ddot{\mathbf{R}}_o + \ddot{\mathbf{r}}_b + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \quad (2.13)$$

Cada termo à direita pode ser identificado na física básica como:

$\ddot{\mathbf{R}}_o$ é a aceleração de origem no movimento do eixo.

$\ddot{\mathbf{r}}_b$ é a aceleração aparente de p no movimento do eixo.

$2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_b$ é a aceleração Coriolis (aceleração de uma partícula que se move em um sistema de coordenadas relativas) devido ao movimento de p em x, y, z .

$\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}$ é a aceleração de p devido a mudança de $\boldsymbol{\omega}$.

$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ é a aceleração centrífuga devido ao ângulo entre $\boldsymbol{\omega}$ e \mathbf{r} .

2.3.2. Movimento da Superfície da Terra

Um caso especial de interesse particular para esse tópico trata-se do movimento observado da superfície da Terra. Considere a situação mostrada na figura 5.

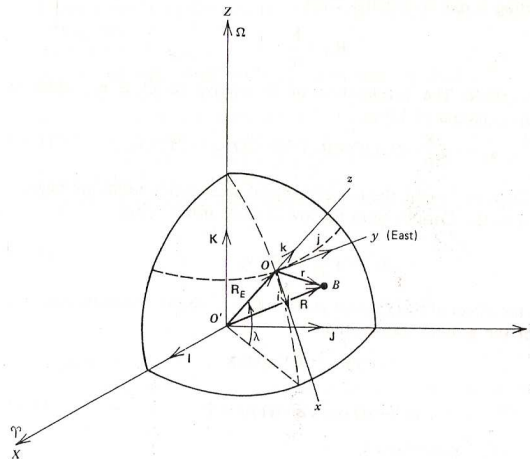


Figura 5 – Movimento sobre uma estação na terra.

Fonte: Adaptada **Kaplan** (1976, p. 18).

O corpo B está se movendo sobre a superfície e é rastreado por uma posição no ponto O . O eixo inercial tem sua origem em O' , X é paralelo ao primeiro ponto de Axis e Z está ao longo do eixo polar. A latitude é medida por λ e $\boldsymbol{\Omega}$ é o vetor rotação da Terra. Os termos da equação (2.13) podem ser considerados separadamente. Aplicando-se essa equação para o ponto O , tem-se:

$$\ddot{\mathbf{R}}_o = \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}_E)$$

Então os outros termos tornam-se,

$$\ddot{\mathbf{r}}_b = \mathbf{a}_b$$

$$\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Omega}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_b = \mathbf{v}_b$$

Finalmente, a aceleração absoluta de B toma a forma de,

$$\ddot{\mathbf{R}}_B = \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}_E) + \mathbf{a}_b + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_b \quad (2.14)$$

Em muitas situações de interesse o corpo B é pequeno comparado a Terra e a única força agindo é devido a gravidade. Então,

$$\ddot{\mathbf{R}}_B = \frac{\mathbf{F}}{m}$$

onde $\mathbf{F} = -mg\mathbf{R}/R$. A aceleração de B relativa a O é \mathbf{a}_b , que é obtida a partir da equação (1.35) como,

$$\mathbf{a}_b = -g \frac{\mathbf{R}}{R} - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}_E) - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_b \quad (2.15)$$

Visto que $\Omega = 0.728 \times 10^{-4} \text{ rad/s}$, os dois termos de aceleração centrífuga são desprezíveis comparados aos termos de Coriolis para órbitas de baixa atitude. Deste modo,

$$\mathbf{a}_b \cong -g \frac{\mathbf{R}}{R} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_b \quad (2.16)$$

Para ilustrar o efeito dessa aceleração de Coriolis, considere um satélite viajando ao leste sobre a posição base, que é,

$$\mathbf{v}_b = v\mathbf{j}, \quad \mathbf{F} = -mg\mathbf{k}$$

Visto que,

$$\boldsymbol{\Omega} = -(\Omega \cos \lambda)\mathbf{i} + (\Omega \sin \lambda)\mathbf{k} \quad (2.17)$$

a expressão (2.16) é especializada para

$$\mathbf{a}_b \cong -(g - 2v\Omega \cos \lambda)\mathbf{k} + (2v\Omega \sin \lambda)\mathbf{i}$$

Isso indica que um observador perceberia o desvio do satélite para o sul ou para a direita da sua trajetória de vôo inercial. Além disso, se o satélite estivesse inercialmente viajando ao oeste sobre a posição, seria novamente observado a virar para sua direita. Em geral, partículas ou veículos viajando na atmosfera terrestre têm um movimento aparente para sua

direita no hemisfério setentrional e para sua esquerda no hemisfério meridional devido à aceleração de Coriolis. Esse fenômeno também causa movimento sobre altas e baixas no tempo padrão.

2.4. Dinâmica de Atitude e Equações de Euler

2.4.1. Quantidade de Movimento Angular (Angular Momentum) de um Corpo Rígido

O estudo do movimento de uma partícula e o estudo do movimento de corpo rígido no espaço pode ser feito a partir do modelo matemático da quantidade de movimento angular (angular momentum). O movimento do corpo assumido como uma partícula é interessante para o estudo do movimento orbital enquanto que o modelo matemático do movimento de um corpo rígido de dimensões finitas é apropriado para o estudo do movimento de atitude. Considere o desenvolvimento de uma expressão para o momento da quantidade de movimento ou quantidade de movimento angular (angular momentum) geral de um corpo rígido. Considere a configuração ilustrada na figura 6 na qual um sistema de eixos é definido como fixo no corpo B , com origem no centro de massa do mesmo, O (ou seja o sistema de eixos se move com o corpo B , caracterizando o sistema $Oxyz$ como girante)

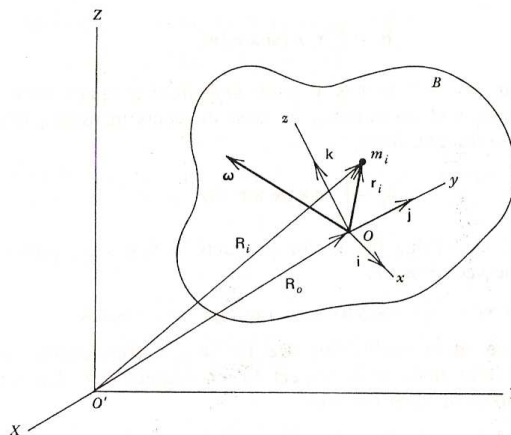


Figura 6 – Corpo Rígido e Sistemas de Eixos inercial ($O'XYZ$ e girante, $Oxyz$).

Fonte: Adaptada **Kaplan** (1976, p. 38)

O ponto de massa m_i está contido no corpo e sua posição é definida por \mathbf{r}_i . Sua velocidade absoluta é dada pela da equação (2.11),

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_o + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i + [\mathbf{v}_i]_B$$

onde $\mathbf{v}_o = \dot{\mathbf{R}}_o$, $\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{R}}_i$ e $[\mathbf{v}_i]_B = \mathbf{0}$ pois B é rígido, isto é, a magnitude de \mathbf{r}_i é constante.

Aplicando a definição da quantidade de movimento, \mathbf{h}_o , dado pela equação $\mathbf{h}_o = \mathbf{r} \times m \dot{\mathbf{R}}$, para m_i em relação ao centro de massa, O , obtém-se:

$$\mathbf{h}_o = \mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i = \mathbf{r}_i \times m_i (\mathbf{v}_o + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i)$$

Se o corpo é imaginado como um grande número de massas pequenas, o momento total do momento sobre O , é,

$$\mathbf{h}_o = \sum_i \mathbf{h}_{oi} = \sum_i \mathbf{r}_i \times m_i (\mathbf{v}_o + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i)$$

o qual é mais conveniente escrever da seguinte forma,

$$\mathbf{h}_o = \sum_i \mathbf{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) m_i - \mathbf{v}_o \times \sum_i m_i \mathbf{r}_i$$

Todavia, o centro de massa é definido como o ponto sobre o qual (assumindo que \mathbf{r}_i define o centro de massa do corpo, O)

$$\sum_i m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{0}$$

o que nos leva,

$$\mathbf{h}_o = \sum_i \mathbf{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) m_i \tag{2.18}$$

que também é verdadeiro se $\mathbf{v}_o = \mathbf{0}$, isto é, se o ponto O está fixado no espaço. Assumindo que m_i decresça e que o i aumente, ter-se-á no limite a massa elementar dm e n tendendo a infinito. Desta forma a somatória se transforma numa integral sobre o corpo. Considerando agora a integral sobre o volume do corpo (de dimensões finitas) e m_i como diferencial de massa dm

$$h_o = \int_B \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dm \quad (2.19)$$

onde, em termos das componentes no sistema de eixos xyz :

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = (\omega_y z - \omega_z y) \mathbf{i} + (\omega_z x - \omega_x z) \mathbf{j} + (\omega_x y - \omega_y x) \mathbf{k}$$

Note que os três coeficientes são os componentes x , y , z da quantidade de movimento angular com relação a O . Integrando-se da Equação (2.19) resulta em

$$\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = \left[\omega_x (y^2 + z^2) - \omega_y (xy) - \omega_z (xz) \right] \mathbf{i} + \left[-\omega_x (xy) + \omega_y (x^2 + z^2) - \omega_z (yz) \right] \mathbf{j} + \left[-\omega_x (xz) - \omega_y (yz) + \omega_z (x^2 + y^2) \right] \mathbf{k} \quad (2.20)$$

A integração da expressão (2.20) sobre as dimensões do corpo é estritamente uma função de distribuição de massa, enquanto os componentes de velocidade angular são independentes da forma do corpo. Deste modo, qualquer corpo rígido dado pode ser caracterizado por um conjunto de constantes para o propósito de estudo do momento angular e, enfim, do movimento de atitude. Estas constantes são definidas como:

$$I_x = \int_B (y^2 + z^2) dm, \quad I_y = \int_B (x^2 + z^2) dm, \quad I_z = \int_B (x^2 + y^2) dm \quad (2.21)$$

$$I_{xy} = \int_B (xy) dm, \quad I_{xz} = \int_B (xz) dm, \quad I_{yz} = \int_B (yz) dm \quad (2.22)$$

onde I_x , I_y e I_z são os momentos de inércia do corpo sobre os eixos x , y e z , respectivamente, e I_{xy} , I_{xz} e I_{yz} são os produtos de inércia de B . Observe que $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ e $I_{yz} = I_{zy}$, e que os produtos de inércia podem ter valores positivos ou negativos enquanto os momentos de inércia nunca podem ser negativos. Por fim, a quantidade de movimento angular de B na equação (2.19) transforma-se em,

$$\mathbf{h}_o = h_x \mathbf{i} + h_y \mathbf{j} + h_z \mathbf{k} \quad (2.23)$$

onde:

$$h_x = I_x \omega_x - I_{xy} \omega_y - I_{xz} \omega_z \quad (2.24a)$$

$$h_y = -I_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - I_{yz} \omega_z \quad (2.24b)$$

$$h_z = -I_{xz} \omega_x - I_{yz} \omega_y + I_z \omega_z \quad (2.24c)$$

Na forma matricial:

$$\mathbf{h}_o = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

A matriz que contém momentos e produtos de inércia é conhecida como tensor de inércia e é identificada aqui como \mathbf{I} . A expressão (2.25) pode ser escrita numa forma mais compacta como:

$$\mathbf{h} = \mathbf{I} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (2.26)$$

onde o subscrito foi abandonado e \mathbf{h} é assumido sendo em relação ao centro de massa.

2.4.2. Equações de Momento de Euler

Seja o momento (ou torque) em relação a O dado por $\mathbf{M}_0 = \dot{\mathbf{h}}_0$. Desta forma, generalizando pode-se escrever:

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{h}}{dt} \quad (2.27)$$

Considerando as equações descritas no sistema de eixos fixo no corpo (sistema girante) podem ser escritas como:

$$\mathbf{M} = \left[\frac{d\mathbf{h}}{dt} \right]_b + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} \quad (2.28)$$

Expandindo essa expressão tem-se:

$$\mathbf{M} = (\dot{h}_x + \omega_y h_z - \omega_z h_y) \mathbf{i} + (\dot{h}_y + \omega_z h_x - \omega_x h_z) \mathbf{j} + (\dot{h}_z + \omega_x h_y - \omega_y h_x) \mathbf{k}$$

onde

$$\left[\frac{d\mathbf{h}}{dt} \right]_b = \begin{bmatrix} \dot{h}_x \\ \dot{h}_y \\ \dot{h}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix}$$

Identifica-se nessa expressão três equações (componentes de \mathbf{M}) segundo as direções \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} do sistema de eixos fixos no corpo:

$$M_x = \dot{h}_x + \omega_y h_z - \omega_z h_y \quad (2.29a)$$

$$M_y = \dot{h}_y + \omega_z h_x - \omega_x h_z \quad (2.29b)$$

$$M_z = \dot{h}_z + \omega_x h_y - \omega_y h_x \quad (2.29c)$$

Essas são as conhecidas Equações de Momento de Euler ou simplesmente Equações de Euler. A dinâmica de atitude de um veículo assumido como corpo rígido pode ser representado por essas três equações. Não existe solução geral para essas equações porque as componentes da velocidade angular sobre expressões não lineares nos ângulos de Euler e sua taxa de variação no tempo. Felizmente, muitas situações de interesse permitem particularizações dessas expressões de modo que soluções significativas são alcançadas na forma fechada para tais condições. Note que o conjunto (2.29) parece ser de três equações diferenciais de primeira ordem em \mathbf{h} . Essas podem ser convertidas para equações de primeira ordem em $\boldsymbol{\omega}$ através da aplicação das expressões (2.24), ou até mesmo em equações de segunda ordem aplicando a transformação (2.6). Essa última forma é mais útil para o estudo da atitude, pois são expressões explícitas nas acelerações, velocidades e ângulos de atitude.

CAPÍTULO 3 – ELETROMAGNETISMO - CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Como esse estudo relaciona os torques externos \mathbf{M} que aparecem nas equações de Euler com torques gerados pela interação do momento magnético de bobinas de satélites artificiais com o campo magnético terrestre, \mathbf{B} , apresentam-se a seguir alguns conceitos fundamentais associados à eletricidade e magnetismo.

3.1. A Lei de Coulomb

A eletricidade estática já era conhecida dos gregos na antiguidade e foram eles os primeiros a utilizar a terminologia eletricidade. Perceberam que ao esfregar pequenos pedaços de âmbar nas próprias roupas os mesmos adquiriam a propriedade de atrair fragmentos de penugem. Entretanto a eletricidade estática foi considerada por séculos como magia e era denominada força vital. Foi por volta de 1600 que Dr. Willian Gilbert (1544-1603), físico inglês, estabeleceu que o vidro, enxofre, âmbar e outros materiais atraíam para si muitos outros materiais. Gilbert estabeleceu muito da terminologia básica ainda usada hoje no campo do eletromagnetismo, incluindo eletricidade, atração elétrica, força e pólo magnético. Ele anunciou em sua teoria que a Terra é um magneto gigante em uma publicação de 1600, chamada *De Magnete*. Paralelamente aos seus trabalhos com eletromagnetismo ele desenvolvia com sucesso a prática médica. Em 1601 ele se tornou o médico da Rainha Elizabeth I. Um pouco mais tarde Charles Coulomb (1736-1806, França) elaborou vários experimentos usando uma balança de torção sensível (inventada por ele) para determinar quantitativamente a força exercida entre dois objetos com cargas elétricas estáticas. Coulomb estabeleceu que a magnitude da força entre duas cargas pontuais é proporcional à magnitude da carga em cada um delas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as mesmas.

Note a semelhança com a lei da gravitação de Newton. A diferença é que, nesta última, ocorre apenas atração. Matematicamente a expressão da Lei de Coulomb é dada por:

$$F = k \frac{q_1 * q_2}{r^2} \quad (3.1)$$

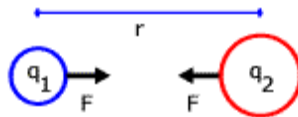


Figura 7 - Força entre duas cargas pontuais.

Onde:

q_1 e q_2 são cargas, positivas ou negativas.

r refere-se à distância entre os dois objetos em metros, k é uma constante de proporcionalidade dada por:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (3.2)$$

Portanto a Lei de Coulomb pode ser escrita como

$$F = \frac{q_1 * q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3.3)$$

na qual ϵ_0 é a permissividade do vácuo e vale:

$$\epsilon_0 \cong 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N m}^2).$$

A unidade da carga elétrica é o **Coulomb** (símbolo C), definida no Sistema Internacional como: Carga elétrica que passa, durante um segundo, pela seção transversal de um condutor percorrido por uma corrente invariável e igual a um Ampère.

3.2. Carga elementar

A carga elétrica não varia de forma contínua e obedece aos princípios da física quântica. A menor carga elétrica possível é a do elétron $e \cong 1,6 \cdot 10^{-19}$ e é chamada de carga elétrica elementar. Portanto, uma carga qualquer q deve ser tal que $q = n e$ onde n é um número inteiro, positivo ou negativo. É evidente que, com um valor tão pequeno, para fins práticos, é como se fosse continuamente variável. Entretanto, certos fenômenos só podem ser estudados com o uso do conceito quântico.

3.3. Campo elétrico

Um corpo de massa m , próximo da Terra, é submetido a uma aceleração g tal que a força que seu peso é dado por

$$\mathbf{P} = m \mathbf{g}.$$

De outra forma, pode-se escrever: $g = \mathbf{P}/m$.

A aceleração da gravidade g pode ser considerada como um vetor representativo do campo gravitacional da Terra.

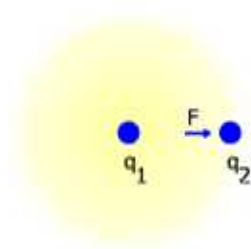


Figura 8 - Intensidade do campo elétrico.

De forma análoga à gravidade, podemos considerar, conforme Figura a cima, um vetor \mathbf{E} que represente a **intensidade do campo elétrico** da carga q_1 na carga q_2 .

Assim, $\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_2$.

Como \mathbf{F} é uma grandeza vetorial e q_2 um escalar, \mathbf{E} também é um vetor.

A unidade de \mathbf{E} no Sistema Internacional é N/C (**Newton por Coulomb**), de forma análoga à do campo gravitacional N/kg (ou m/s^2).

O conceito de campo é necessário para a melhor compreensão do uso de bobinas magnéticas para a geração de torques e controle de atitude de satélites artificiais.

3.4. Determinação do Campo Elétrico

Anteriormente foi dada a introdução ao assunto, com a definição da grandeza vetorial que representa o campo. O cálculo do seu valor irá depender da forma geométrica e da distribuição das cargas envolvidas. Por exemplo, sejam duas cargas puntiformes: q_0 a de referência, isto é, a que se considera como produtora do campo e q uma carga situada a uma distância r de q_0 .

Conforme lei de Coulomb a força em q é dada por:

$$F = (1/(4 \pi \epsilon_0)) \cdot (q_0 q / r^2) \quad (3.4)$$

e, uma vez que $E = F / q$, temos:

$$E = (1/(4 \pi \epsilon_0)) \cdot (q_0 / r^2) \quad (3.5)$$

E a direção do vetor \mathbf{E} será radial, divergente ou convergente de q_0 , dependendo desta ser positiva ou negativa.

Se o campo \mathbf{E} é produzido por mais de uma carga puntiforme, procede-se à soma vetorial, de forma similar às forças na página anterior:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_m \quad (3.6)$$

No caso de distribuição contínua de cargas deverá haver uma integração:

$$E = \int dE, \text{ onde } dE = (1/(4 \pi \epsilon_0)) \cdot (dq / r^2) \quad (3.7)$$

Pode-se concluir que a complexidade aumenta bastante na prática, pois em muitos casos a distribuição é contínua. E o conceito de campo elétrico até aqui informado é de pouca utilização prática devido às suas dificuldades de determinação. Para facilitar, usa-se o conceito de **linhas de força** e medidas indiretas a partir do potencial elétrico.

3.5 Exemplos de linhas de força

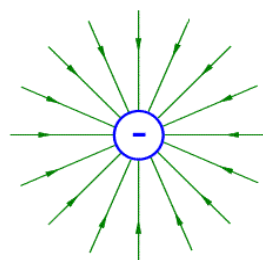


Figura 9 - Linhas de força de uma carga puntiforme negativa.

A Figura acima é um exemplo de linhas de força representativas do campo de uma carga puntiforme negativa.

A simetria do caso sugere que são retas no sentido radial e, portanto, as tangentes são as próprias, coincidindo com a atuação do campo.

Se a carga fosse positiva, apenas o sentido das linhas (indicado pelas setas) seria o contrário.

Quanto maior à distância até a carga, mais afastada entre si estão as linhas, e em conformidade com o que já foi visto, o valor do campo diminui com a distância.

3.6. Campo uniforme

Pode-se demonstrar que o campo entre duas placas planas, paralelas e de espessura desprezível é uniforme.

Na parte inferior da sua representação: linhas de força retas e paralelas e igualmente espaçadas.

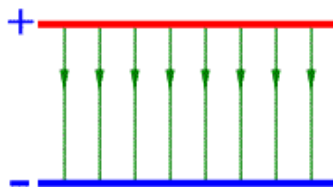
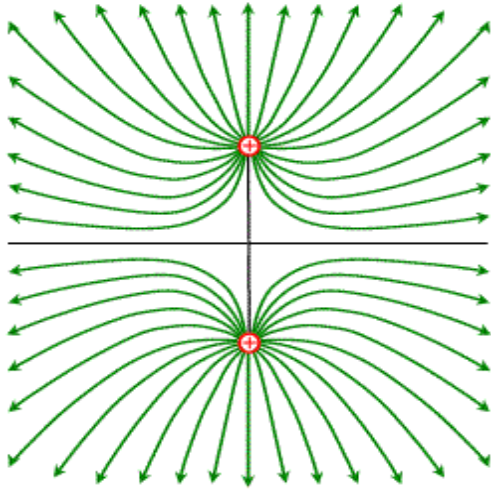
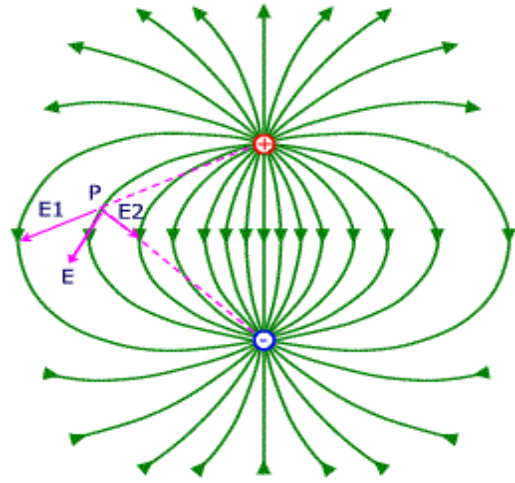


Figura 10 - Campo de força uniforme.

3.7. Linhas de força para duas cargas



Duas cargas pontiformes positivas e de idênticos valores



Duas cargas pontiformes de idênticos valores mas de sinais opostos.

Figura 11 - Linhas de força para duas cargas

Note a indicação do vetor do campo elétrico para uma carga positiva no ponto P : \mathbf{E} é igual à soma vetorial de $\mathbf{E1}$ (campo da carga positiva) com $\mathbf{E2}$ (campo da carga negativa).

3.8. Intensidade de Campo Elétrico

Se considerarmos uma carga fixa e uma outra se movendo lentamente em torno dela, observaremos o surgimento de um campo de força envolvendo a carga móvel. Seja esta carga Q_t . A força sobre ela é dada pela lei de Coulomb, na forma:

$$\frac{\vec{F}}{Q_t} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{1t}} \hat{a}_{1t} \quad (3.8)$$

na qual Q_1 refere-se à carga fixa, \vec{F}_t é o vetor força e \hat{a}_{1t} é o versor da linha imaginária que une as duas cargas. O subscrito $1t$ refere-se à direção do seguimento de reta unindo as

duas cargas. Esta forma de escrever a Lei de Coulomb permite definir a intensidade de campo elétrico, dada pela expressão da direita na equação anterior. A intensidade de campo elétrico deve ser medida em unidades de Newton por Coulomb, ou seja, força por unidade de carga (consistente com a expressão acima). Matematicamente:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_t}{Q_t} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_{1t}^2} \hat{a}_{1t} \quad (3.9)$$

Esta é a expressão da intensidade do campo elétrico devido a uma só carga pontual no vácuo (Q_1). O índice pode ser dispensado e a fórmula pode ser escrita em termos de Q .

3.9. Densidade de Fluxo Elétrico

O conceito de densidade de fluxo elétrico se deve a Faraday. Ele montou um experimento com esferas carregadas. Ele descobriu que a carga total na esfera externa de seu experimento era igual, em magnitude, à carga original da esfera interna e que isto era válido independente do material dielétrico que ele usara para separar ambas as esferas. Faraday concluiu que da esfera interna para a externa havia um certo tipo de deslocamento, independente do meio. Ele descobriu o fluxo elétrico (fluxo de deslocamento ou simplesmente deslocamento). Faraday mostrou também que uma carga positiva maior na esfera interna induzia uma carga negativa correspondente na esfera externa. A densidade de campo elétrico, medida em Coulomb por metro quadrado é dada por,

$$\vec{D}|_{r=a} = \frac{Q}{4\pi a^2} \hat{a}_r, \quad \vec{D}|_{r=b} = \frac{Q}{4\pi a^2} \hat{a}_r \quad \text{para } a \leq r \leq b \quad (3.10)$$

para as esferas interna e externa, respectivamente. Nestas expressões r refere-se à distância radial a partir do centro das esferas. Se fizermos a esfera interna tender a zero, mas mantendo a mesma carga Q podemos reescrever a expressão na forma geral:

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \hat{a}_r \quad (3.11)$$

No vácuo pode ser mostrado que $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$

3.10. Energia e Potencial de uma Carga Pontual em Movimento num Campo Elétrico

Para mover uma carga contra um campo elétrico, é necessário exercer uma força igual e de sentido contrário àquela exercida pelo campo. Isto requer trabalho (dispêndio de energia). Caso se queira mover a carga na mesma direção do campo, tem-se então que o dispêndio de energia torna-se negativo. O campo realiza o trabalho.

Suponhamos que se queira deslocar uma carga Q de uma distancia dL , em um campo elétrico \mathbf{E} . A força sobre Q devido ao campo é dada por:

$$\vec{F}_E = Q\vec{E} \quad (3.12)$$

A componente da força na direção do deslocamento dL é dada por:

$$F_{EL} = \vec{F} \cdot \hat{a}_L = Q\vec{E} \cdot \hat{a}_L \quad (3.13)$$

Portanto a força que deve ser aplicada deve ser da mesma magnitude, mas de sinal contrário:

$$F_{apl} = -Q\vec{E} \cdot \hat{a}_{EL} \quad (3.14)$$

O diferencial de trabalho ou energia é então dado por:

$$dW = -Q\vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.15)$$

O trabalho necessário para deslocar a carga de uma distância finita é determinado pela integral:

$$W = -Q \int_{inic}^{final} \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.16)$$

Esta integral definida é a base da teoria dos campos.

3.11. Diferença de Potencial

A partir do conceito de trabalho pode-se definir a diferença de potencial, V , como o trabalho realizado por uma força externa ao deslocar uma unidade de carga positiva de um ponto a outro em um campo elétrico. A diferença de potencial pode ser escrita como:

$$V = - \int_{inic}^{final} \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.17)$$

Convencionou-se definir a diferença de potencial entre dois pontos, A e B , como V_{AB} como o trabalho realizado ao se deslocar uma unidade de carga de B até A . Com esta notação B é a posição inicial e A a posição final, de tal forma que a integral pode ser escrita assim:

$$V_{AB} = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.18)$$

V_{AB} será positiva se o trabalho for realizado para deslocar uma carga positiva de B até A .

A diferença de potencial elétrico entre dois pontos A e B situados em um campo elétrico uniforme, isto é, $V_A - V_B = \mathbf{E} X$. Onde \mathbf{E} é a intensidade do campo e X a distância entre A e B na direção do campo.

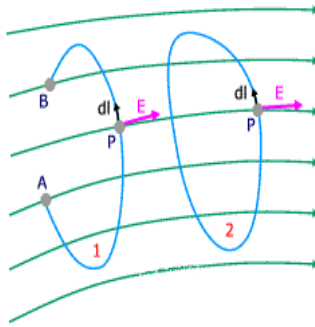


Figura 12 - A diferença de potencial elétrico entre dois pontos A e B situados em um campo elétrico uniforme.

A igualdade anterior vale apenas para campo uniforme, mas se pode demonstrar (isso aqui não é feito) e a analogia permite concluir que, para um campo genérico, a diferença de potencial é dada pela integração do produto vetorial dos vetores campo elétrico e deslocamento infinitesimal ao longo da trajetória considerada entre os dois pontos (ver ponto P genérico na figura).

Assim, para a trajetória aberta 1, temos:

$$V_A - V_B = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.19)$$

para um caminho fechado 2 da figura, os pontos A e B coincidem, Portanto:

$$0 = \int_L \vec{E} \cdot d\vec{L} \quad (3.20)$$

3.12. Interação magnética e campo magnético

O fato de dois ímãs se atraírem ou se repelirem, dependendo das suas posições, pode sugerir a existência de "cargas magnéticas" similares às elétricas. Entretanto, tal modelo não deve ser considerado.

Cargas elétricas podem existir de forma isolada, mas não é possível separar espécies de magnetismo. Se um ímã for dividido em duas ou mais partes, estas serão simplesmente outros ímãs com as mesmas características de atração e repulsão do original. No modelo aceito, não existem cargas, mas sim dipolos magnéticos. Aos pólos são dados os nomes de norte e sul. E a interação entre os mesmos é a face mais visível do magnetismo: pólos idênticos se repelem e pólos opostos se atraem.

O conceito de campo magnético é similar ao do elétrico. O vetor do campo magnético \mathbf{B} é chamado de indução magnética e as linhas que representam o campo são ditas linhas de indução. E as propriedades são as mesmas:

1) Uma tangente à linha de indução em um determinado ponto indica a direção do vetor \mathbf{B} nesse ponto.

2) O número de linhas por unidade de área é proporcional ao módulo do vetor \mathbf{B} . Isso significa que as linhas são mais próximas entre si onde \mathbf{B} é maior e mais afastadas onde \mathbf{B} é menor.

A Figura abaixo dá uma indicação aproximada das linhas de indução em um ímã de formato cilíndrico.

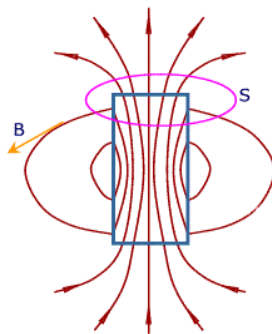


Figura 13 – Fluxo magnético.

O **fluxo de campo magnético** é dado de forma similar ao elétrico: $\Phi_{\mathbf{B}} = \int_{\mathbf{S}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$

Entretanto, a **lei de Gauss para o magnetismo** tem uma formulação diferente da eletricidade.

Para uma superfície fechada, $\Phi_E = q / \epsilon_0$, onde q é a carga elétrica no interior da mesma.

Desde que não há pólos magnéticos isolados, para uma **superfície fechada** como S da figura, devemos ter:

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (3.21)$$

Repetindo - isso é importante - a igualdade é válida se S for uma superfície fechada.

O modo de definição do campo magnético \mathbf{B} também sofre a influência da não existência de pólos isolados. Desde que um campo magnético pode exercer uma força sobre uma carga elétrica, ele é definido pelo modo de interação de ambos.

Seja, conforme figura abaixo, uma carga elétrica q que se move com velocidade \mathbf{v} e sobre a qual age uma força \mathbf{F} perpendicular a \mathbf{v} . Então, a **indução magnética** no ponto da carga é o vetor \mathbf{B} que satisfaz à relação:

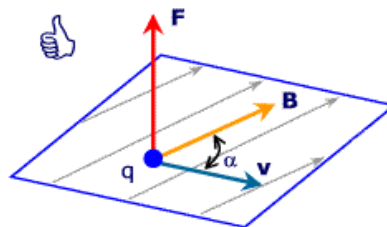


Figura 14 – Indução magnética.

Notar que, se \mathbf{v} for nulo, \mathbf{F} também será e isto significa que a interação eletromagnética só ocorre com cargas em movimento.

Se existe também um campo elétrico, podemos considerar a soma vetorial da força que ele exerce sobre a carga, resultando numa formulação mais genérica:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (3.22)$$

Esta é a chamada **relação de Lorentz**.

A unidade de \mathbf{B} é $N s C^{-1} m^{-1}$, que no Sistema Internacional é chamada **tesla (T)**. Uma unidade antiga, mas ainda possivelmente usada, é o **gauss (G)** que equivale a 10^{-4} T.

O fluxo magnético tem como unidade SI o **weber (Wb)**.

E o tesla pode ser também expresso em **weber por metro quadrado (Wb/m²)**. Isso pode ser deduzido pela relação dimensional conforme igualdade I.1: weber = tesla x área.

3.13. Campo magnético produzido por uma corrente elétrica

Podemos supor pelo que já foi visto que uma corrente elétrica produz um campo magnético em torno do condutor. O inverso também pode ocorrer, isto é, um campo magnético *pode* produzir uma corrente elétrica em um condutor. Estes são os fenômenos mais importantes do eletromagnetismo. Sem eles, a energia elétrica teria muito pouca utilidade prática.

O campo magnético produzido pela corrente elétrica em um fio retilíneo depende basicamente de dois fatores: da intensidade da corrente e da distância ao fio. Quanto maior for o valor da corrente, maior será o campo magnético criado por ela. Por outro lado, quanto maior for a distância ao fio, menor será o valor do campo magnético. As linhas do campo magnético são circulares, centradas no fio. O sentido das linhas de campo magnético pode ser obtido pela *regra da mão direita*: segure o condutor com a sua mão direita, de maneira que o dedo polegar aponte o sentido da corrente. Os seus dedos apontarão no sentido das linhas de campo

A lei de Ampère para o eletromagnetismo diz que, de forma genérica, a relação entre o campo magnético produzido e a corrente no condutor é dada por:

$$\int_l B \, dL = \mu_0 i \quad (3.23)$$

Onde:

\mathbf{B} é o vetor campo magnético, $d\mathbf{l}$ é vetor de comprimento infinitesimal ao longo da linha de indução e μ_0 é a **constante de permeabilidade magnética** que, para o vácuo, é igual a $4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb} / (\text{A m})$.

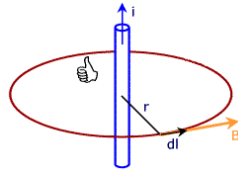


Figura 15 - Campo magnético produzido por uma corrente elétrica em condutor retilíneo de seção circular uniforme.

No caso de um condutor retilíneo de seção circular uniforme, a simetria leva à conclusão de que as linhas de indução são círculos concêntricos.

Como os vetores \mathbf{B} e $d\mathbf{l}$ têm o mesmo alinhamento e a integral ao longo de uma circunferência é $2\pi r$, temos:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 i \quad \text{ou} \quad B = \mu_0 i / (2\pi r) \quad (3.24)$$

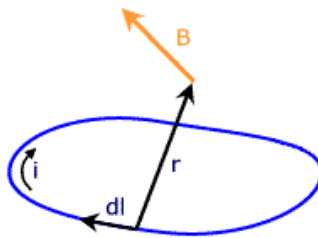


Figura 16 - Campo magnético produzido por uma corrente elétrica em condutor não uniforme.

O resultado está conforme esperado: o campo aumenta com a corrente e diminui com o aumento da distância ao condutor.

O sentido de **B** é dado pela **regra da mão direita** conforme exibida na figura

Uma outra forma da Lei de Ampère é chamada **Lei de Biot-Savart** e é dada por:

$$\mathbf{B} = [\mu_0 i / (4\pi)] \int d\mathbf{l} \times \mathbf{r} / r^3 \quad (3.25)$$

Neste caso, a integração é feita ao longo da espira condutora e o resultado é o vetor campo magnético em um determinado ponto.

Esta fórmula é mais adequada quando o formato do condutor não permite uma dedução simples como o cilíndrico anterior.

3.14. Campo magnético terrestre

Em linhas gerais, tomemos o exemplo de uma bússola, a mesma consta de uma agulha imantada, que pode girar em torno de um eixo. A Terra comporta-se como um grande imã, que age sobre uma agulha de maneira que tem o pólo sul magnético próximo ao Norte geográfico e o pólo Norte magnético próximo ao Sul Geográfico.

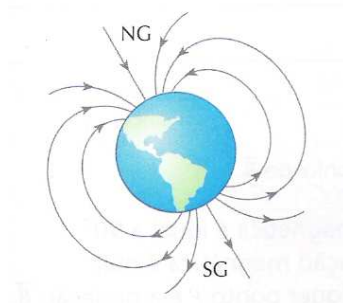


Figura 17 - Campo Magnético da Terra.

Fonte: Adaptada **Ramalho** (2003, pg. 273).

O campo magnético terrestre afeta a orientação dos satélites artificiais em relação ao seu centro de massa, ou seja, afetam a atitude dos satélites principalmente quando se encontram em baixas altitudes terrestres (até 1000 km). Assim, esse campo interage com o momento magnético do satélite, o que dá origem a torques que influenciam o movimento de atitude.

Além disso, o campo geomagnético é utilizado com frequência como referência para observar a atitude através de sensores magnéticos que indicam a direção do campo no satélite. Portanto, para modelagem e simulações, tanto do movimento dinâmico da atitude quanto das medidas de sensores magnéticos, são necessárias as componentes do campo magnético em função da posição do satélite, calculadas com rapidez e precisão preestabelecidas.

CAPÍTULO 4 – BOBINAS MAGNÉTICAS

A bobina é um atuador constituído de um enrolamento, em geral de muitas espiras iguais, denominada solenóide também, uma ao lado da outra com espaçamento igual. Esse fio, o qual é enrolado em muitas espiras, é condutor. Quando uma corrente i atravessa o interior, gera um campo magnético.

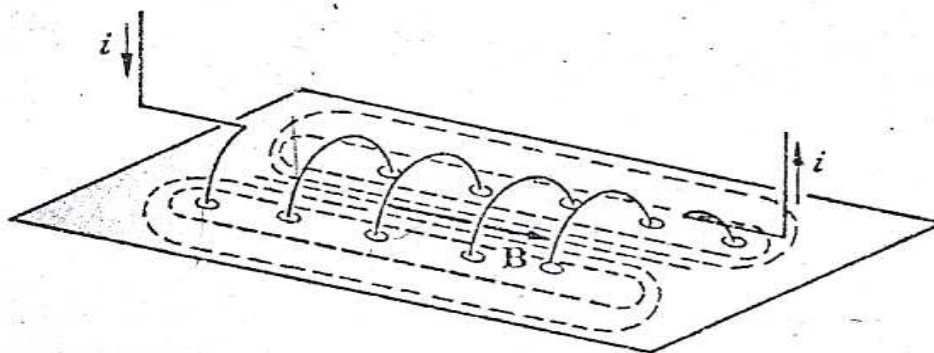


Figura 18 – As limalhas de ferro indicam o Campo Magnético B do Solenóide, quando atravessado por uma corrente i .

Fonte: Adaptada Ramalho (2003, pg. 271).

4.1. Bobinas dos Satélites de Coleta de Dados (SCD-1 e SCD-2)

Ambos satélites de coleta de dados SCD-1 e SCD-2 utilizam bobinas de torque embora sejam controlados passivamente por spin. As bobinas são utilizadas para manobras de grandes ângulos e para controle ativo de rotação (SCD-2).

O satélite SCD-1 tem em sua estrutura uma bobina circular com seu eixo de simetria alinhado ao eixo de rotação do satélite. Desta forma o torque gerado provoca uma precessão no eixo de rotação. Esse movimento de precessão do eixo de rotação do satélite é o responsável pela realização de manobras de redirecionamento da orientação do satélite com relação ao Sol. O diâmetro da bobina do SCD-1 é de aproximadamente $0,6\text{ m}$ e gera um momento magnético de 6 Am^2 quando submetida a uma tensão nominal de 15 V .

O satélite SCD-2 utiliza também uma bobina de eixo similar à do SCD-1 com um diferencial, dois enrolamentos paralelos que geram duas vezes mais momento magnético em relação à do SCD-1, ou seja, 12 Am^2 . Além dessa bobina, o SCD-2 dispõe de mais duas menores, de momento magnético 4 Am^2 cada. Os eixos axiais dessas bobinas são perpendiculares entre si e normais ao eixo de rotação do satélite, as chamadas bobinas de plano. Essas bobinas permitem controlar a rotação do satélite. As bobinas desses dois satélites não possuem núcleo ferromagnético e por essa razão são denominadas bobinas de núcleo de ar.

4.2. Bobinas com Núcleo de Ar

As bobinas com núcleo de ar são aquelas que não possuem material ferromagnético para aumentar a intensidade do campo magnético no interior do solenóide.

O projeto de uma bobina pode ser otimizado em relação à massa do solenóide e carretel ou em relação à potência elétrica consumida. A massa de uma bobina com núcleo de ar é composta pela massa do solenóide e pela massa do carretel. Quando determinada em função do diâmetro da bobina a massa do solenóide se apresenta inversamente proporcional ao referido diâmetro, ou seja, com tal formulação, quanto maior o diâmetro da bobina menor a massa do solenóide. A massa do carretel se apresenta aproximadamente proporcional ao diâmetro da bobina, de acordo com tal formulação. (Carrara e Varotto, 1995).

4.3. Cálculo de Bobinas com Núcleo de Ar

O acionamento de bobinas de torque é realizado normalmente na forma de chaveamento liga-desliga com eventuais inversões de polaridade. Empregam-se pulsos de baixa frequência neste chaveamento, e, com isso, pode-se garantir que a bobina opera na maior parte do tempo em regime permanente. Considerando que a tensão de alimentação U é fixada preliminarmente, a potência P e a resistência elétrica R serão dadas respectivamente por:

$$P = Ui \quad (4.1)$$

e

$$R = \frac{U}{i} = \frac{U^2}{P} \quad (4.2)$$

A especificação do diâmetro do fio de cobre a ser utilizado no enrolamento da bobina depende da corrente de operação. Como no mercado os fios disponíveis possuem diâmetros padronizados, deve-se selecionar o fio que suporta corrente nominal superior à corrente de operação.

A tabela 1, obtida do trabalho “Projeto de bobinas magnéticas para uso em satélites” (Carrara e Varroto, 1995), mostra os fios de seção circular comumente encontrados e a corrente nominal de cada bitola. Esta tabela também dispõe dos valores do diâmetro nominal do fio sem película isolante d_{fio} , do diâmetro do fio incluindo a isolação d_{iso} , da densidade linear de massa η_{fio} e da corrente nominal I_{nom} .

Conforme a tabela 1, ao admitimos que a corrente nominal é proporcional ao quadrado do diâmetro do fio, temos:

$$d_{fio} = \sqrt{\frac{i}{v}} \quad (4.3)$$

onde o fluxo de corrente v para o fio de cobre vale:

$$v = 2,3 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \quad (4.4)$$

Tabela 1**Diâmetros, pesos e correntes nominais de fios**

Fio AWG	d_{fio} (mm)	d_{iso} (mm)	η_{fio} (g/m)	I_{nom} (A)
40	0,079	0,112	0,04805	0,015
39	0,089	0,127	0,06051	0,019
38	0,102	0,142	0,07928	0,023
37	0,114	0,158	0,1003	0,028
36	0,127	0,175	0,1235	0,039
35	0,142	0,193	0,1539	0,046
34	0,160	0,213	0,1941	0,060
33	0,180	0,241	0,2455	0,076
32	0,203	0,267	0,3103	0,094
31	0,226	0,292	0,3826	0,124
30	0,254	0,325	0,4770	0,147
29	0,287	0,361	0,6102	0,196
28	0,320	0,396	0,7522	0,242
27	0,361	0,439	0,9525	0,306
26	0,404	0,490	1,198	0,378
25	0,455	0,544	1,514	0,427

O fio da tabela 1 a ser selecionado será o que tiver o diâmetro maior ou igual ao encontrado da relação (3.3). A resistividade é inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro do fio, e, portanto:

$$\rho = \frac{K}{d_{\text{fio}}^2} \quad (4.5)$$

onde a constante de proporcionalidade vale, para fios de cobre:

$$K = 2,195 \cdot 10^{-8} \Omega m \quad (4.6)$$

Por sua vez, o comprimento do fio será dado pela razão entre a resistência R e a resistividade:

$$I_{fio} = \frac{R}{\rho} \quad (4.7)$$

O comprimento do fio pode ser colocado em termos do produto do número de espiras n e o perímetro médio da seção transversal da bobina p_{er} :

$$l_{fio} = np_{er} \quad (4.8)$$

O momento magnético \mathbf{m} de uma bobina com núcleo de ar depende do número de espiras n , da corrente i e da área da seção transversal A do solenóide:

$$\mathbf{m} = An\mathbf{i} \quad (4.9)$$

Eliminando o comprimento do fio (l_{fio}), a resistividade (ρ), o diâmetro do fio (d_{fio}), a resistência R , o número de espiras n e a corrente i das Equações (3.1) e (3.9), e isolando a potência da bobina, chega-se a: (Carrara e Varotto, 1995)

$$P = \frac{p_{er}}{A} vK m \quad (4.10)$$

Concluimos que para o enrolamento ter a maior área possível com o mínimo de consumo é preciso que a potência seja inversamente proporcional ao tamanho do solenóide. É necessário realizar uma iteração, já que a potência depende do diâmetro médio do solenóide que por sua vez, só será conhecido após a definição do número de camadas do enrolamento, n_{cam} , dado por:

$$n_{cam} = \frac{d_{iso}}{l_{sol}} n \quad (4.11)$$

l_{sol} é o comprimento do solenóide.

A partir dessas conclusões, o diâmetro médio do solenóide, d_{sol} , pode ser calculado através da seguinte relação:

$$d_{sol} = d_{int} + [1 + 0,87(n_{cam} - 1)]d_{iso} \quad (4.12)$$

onde d_{int} é o diâmetro interno do solenóide. O fator de redução 0,87 (na verdade $\cos 30^\circ$) foi introduzido para levar em conta a acomodação das camadas superiores sobre as inferiores.

Se a bobina em questão for de seção circular, sua potência resulta em:

$$P = \frac{4}{d_{sol}} vKm \quad (4.13)$$

onde d_{sol} é o diâmetro médio do solenóide.

Para aumentar a capacidade de momento magnético, reduzir a massa do solenóide e diminuir o consumo procura-se, em um projeto de bobinas com núcleo de ar, maximizar a área no interior do solenóide. Logo isto interfere no tamanho máximo da bobina, pois o espaço fica limitado devido ao espaço disponível para o equipamento no interior do satélite, ou mesmo por imposições na forma de fixação da bobina na estrutura.

CAPÍTULO 5 – TORQUES MAGNÉTICOS

5.1. Histórico

Em meados de 1960 Harold Perkel concebeu um sistema de controle de atitude em três eixos, utilizando uma única roda de momento e torques magnéticos, para controle do momento transversal. O conceito desenvolvido por Perkel ficou conhecido como Stabilite e consiste manter o eixo de arfagem normal à órbita, o eixo de guinada paralelo à vertical local (Nadir) e o eixo de rolamento no plano orbital, a 90 graus do eixo de guinada, completando um sistema de eixos ortogonais. Esse sistema de eixos faz uma revolução por órbita em torno da órbita normal. Originalmente, esse conceito foi aplicado ao programa de satélite TIROS e tem sido usado nas últimas séries do ITOS. A técnica básica é incorporada dentro do satélite de comunicações doméstico síncrono RCA. A figura 19 ilustra o Stabilite. A única roda de momento é o elemento ativo e é a única parte móvel no sistema de controle de atitude. Os eixos de guinada e rolamento são controlados por torques magnéticos, obtidos a partir da interação das bobinas com o campo magnético terrestre para prover torques nas direções de guinada e de rolamento. O eixo de arfagem é controlado mudando a velocidade da roda.

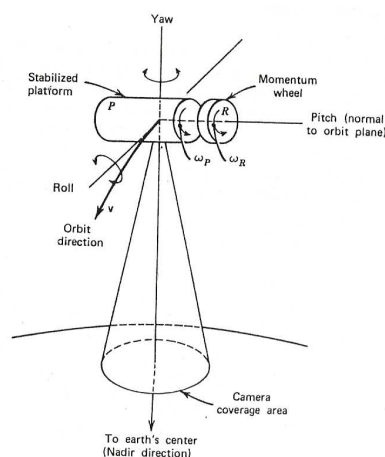


Figura 19 – Esquema de Conceito de Stabilite.

Fonte: Adaptada Kaplan (1976, p.197)

5.2. Torque Gerado por uma Bobina

O torque \mathbf{T} gerado por uma bobina é função do momento magnético \mathbf{m} , e vale:

$$\mathbf{T} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (5.1)$$

onde \mathbf{B} é o vetor campo magnético no qual a bobina de momento magnético \mathbf{m} está imersa. Note que tanto \mathbf{m} quanto \mathbf{B} são vetores, e, portanto possuem direção específica. No caso da bobina, a direção de \mathbf{m} coincide com eixo de simetria da bobina. Atente-se também que o torque é perpendicular ao momento magnético e ao campo magnético e, portanto, para um dado campo magnético, só é possível gerar torque num plano perpendicular a este campo. Esta restrição limita o emprego de bobinas nos satélites, pois são incapazes de gerar torques em três eixos. Normalmente utiliza-se o fato que a direção do campo magnético da Terra varia em relação ao corpo do satélite, conforme este se movimenta em sua órbita, para gerar torque em todas as direções. (Carrara e Varotto, 1995).

Já que \mathbf{m} é uma variável controlada, é fácil ver que a magnitude de \mathbf{M} é infinitamente variável, mas sua direção é governada pela direção de \mathbf{B} . Essa restrição definindo a direção do torque gerado no dipolo tem sido superada usando um valor medido de \mathbf{B} . O sistema de controle de atitude requer que o dipolo gerado seja paralelo à quantidade de movimento angular armazenado na roda de inércia. Com essa exigência o torque gerado pelo dipolo será sempre normal ao vetor quantidade de movimento angular \mathbf{h} . Se a magnitude de \mathbf{M} é pequena, e o tempo de aplicação é longo comparado ao período de precessão livre do corpo, então o movimento do satélite pode ser descrito pela equação (5.2), que descreve meramente o movimento do vetor \mathbf{h} sobre a influência do torque magnético.

$$\mathbf{M} = d\mathbf{h}/dt \quad (5.2)$$

5.3. Cálculo do torque da bobina

O torque da bobina devido à interação do campo magnético terrestre com o momento magnético das bobinas é dado pelo produto vetorial $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$, cujas componentes são.

$$T_x = m_y B_z - m_z B_y \quad (5.2a)$$

$$T_y = m_z B_x - m_x B_z \quad (5.2b)$$

$$T_z = m_x B_y - m_y B_x \quad (5.3c)$$

Onde \mathbf{m} é o vetor momento magnético da bobina e \mathbf{B} é o vetor campo magnético terrestre. O vetor campo magnético \mathbf{B} gerado pelas bobinas tem a mesma direção e sentido do momento magnético \mathbf{m} . Uma vez conhecidos as componentes de \mathbf{B} é necessário chavear corretamente as bobinas para obter as componentes de \mathbf{m} que permitam obter os torques de forma a atender uma atitude previamente especificada. Significa que comandando corretamente o chaveamento das bobinas pode gerar torque na direção desejada para o controle de atitude, controle de velocidade de spin e/ou dessaturação de rodas de reação.

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÃO

Neste trabalho de pesquisa foi feito um levantamento bibliográfico para se estudar e contextualizar as aplicações de bobinas magnéticas no âmbito da mecânica orbital. Foram estudados os fundamentos do movimento rotacional e da dinâmica do corpo rígido tendo em vista aplicações na área de dinâmica de atitude; os fundamentos do eletromagnetismo com o objetivo de entender as aplicações de bobinas de torque para o controle de satélites artificiais com controle geomagnético.

Para descrever o movimento de atitude de satélite estabilizado fez-se uso dos ângulos de Euler e subsequente dedução das equações da cinemática. Foram discutidos os conceitos de quantidade de movimento angular e a sua relação com o modelo matemático da dinâmica de rotação, ou seja, as Equações de Euler. Foram também apresentados os fundamentos para o projeto de bobinas de ar bem como o modelo matemático dos torques de controle obtidos pela interação do momento magnético das bobinas e o campo magnético terrestre.

Futuramente, numa próxima etapa, será feito um estudo de caso, representado pelo controle de atitude do SCD-2, com a utilização do pacote de software MatLab[®].

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

KAPLAN, M. H. *Modern Spacecraft Dynamics & Control*, John Wiley & Sons, Canadá, 1976.

CARRARA, V.; PADILHA, O. S.; VAROTTO, S. E. C.; RICCI, M. C. *Um experimento de Teste da Bobina de Rotação do SCD 2*, INPE – 5404 – RPQ/658, 1992.

CARRARA, V.; VAROTTO, S. E. C. *Projeto de bobinas magnéticas para uso em satélites*, INPE – 5665 – NTC – 319, 1995.

FERREIRA, L. D. D.; da Cruz, J. J.; CARRARA, V. *Reorientação do eixo de rotação do satélite SCD 2 e estudos de viabilidade*, INPE A624/506079.

CHOBOTOV, V. A. *Spacecraft Attitude Dynamics and Control*, Krieger Publishing Company, Malabar – Florida, 1991.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física 3 – Eletromagnetismo*, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1996.

ALONSO, M.; FINN, E. J. *FÍSICA – Um curso universitário: Volume I Mecânica*, Editora Edgard Blucher LTDA, 1972.

JUNIOR, F R; FERRARO, N.G.; SOARES, P. A. T. *Os Fundamentos da Física – Volume 3*, Editora Moderna, 2003.